plicata ratione laterum *Ad*, *Ae*: Sed his areis proportionales ſemper ſunt areæ *ABD*, *ACE*, & his lateribus latera *AD*, *AE*. Ergo & areæ *ABD*, *ACE* ſunt ultimo in duplicata ratione laterum *AD*, *AE*. *Q. E. D.*

Lemma X.

Spatia, quæ corpus urgente quacunq; vi regulari deſcribit, ſunt ipſo motus initio in duplicata ratione temporum.

Exponantur tempora per lineas *AD*, *AE*, & velocitates genitæ per ordinatas *DB*, *EC*, & ſpatia his velocitatibus deſcripta erunt ut areæ *ABD*, *ACE* his ordinatis deſcriptæ, hoc eſt ipſo motus initio (per Lemma IX) in duplicata ratione temporum *AD*, *AE*. *Q. E. D.*

Corol. 1. Et hinc facile colligitur, quod corporum ſimiles ſimilium figurarum partes temporibus proportionalibus deſcribentium errores, qui viribus æqualibus in partibus iſtis ad corpora ſimiliter applicatis generantur, & menſurantur a locis figurarum, ad quæ corpora temporibus ijſdem proportionalibus abſq; viribus iſtis pervenirent, ſunt ut quadrata temporum in quibus generantur quam proxime.

Corol. 2. Errores autem qui viribus proportionalibus ſimiliter applicatis generantur, ſunt ut vires & quadrata temporum conjunctim.

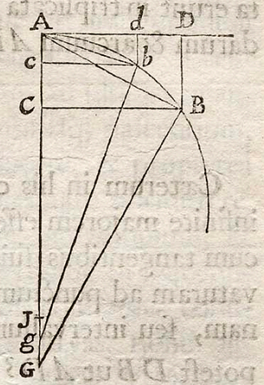
Lemma XI.

Subtenſa evaneſcens anguli contactus eſt ultimo in ratione duplicata ſubtenſæ arcus contermini.

Cas. 1. Sit arcus ille *AB*, tangens ejus *AD*, ſubtenſa anguli contactus ad tangentem perpendicularis *BD*, ſubtenſa arcus *AB*. Huic ſubtenſæ *AB* & tangenti *AD* perpendiculares erigantur *AG*, *BG*, concurrentes in *G*; dein accedant puncta *D*, *B*, *G*, ad puncta *d*, *b*, *g*, ſitq; *J* interſectio linearum *BG*, *AG* ultimo facta ubi puncta *D*, *B* accedunt uſq; ad *A*. Manifeſtum eſt quod diſtan-

tia

tia *GJ* minor eſſe poteſt quam aſſignata quævis. Eſt autem (ex natura circulorum per puncta *ABG*, *Abg* tranſeuntium) *AB quad.* æquale *AG* x *BD* & *Ab quad.* æquale *Ag* x *bd*, adeoq; ratio *AB quad.* ad *Ab quad.* componitur ex rationibus *AG* ad *Ag* & *BD* ad *bd*. Sed quoniam *JG* aſſumi poteſt minor longitudine quavis aſſignata, fieri poteſt ut ratio *AG* ad *Ag* minus differat a ratione æqualitatis quam pro differentia quavis aſſignata, adeoq; ut ratio *AB quad.* ad *Ab quad.* minus differat a ratione *BD* ad *bd* quam pro differentia quavis aſſignata. Eſt ergo, per Lemma I, ratio ultima *AB quad.* ad *Ab quad.* æqualis rationi ultimæ *BD* ad *bd*. *Q. E. D.*



Cas. 2. Inclinetur jam *BD* ad *AD* in angulo quovis dato, & eadem ſemper erit ratio ultima *BD* ad *bd* quæ prius, adeoq; eadem ac *AB quad.* ad *Ab quad.* *Q. E. D.*

Cas. 3. Et quamvis angulus *D* non detur, tamen anguli *D*, *d* ad æqualitatem ſemper vergent & propius accedent ad invicem quam pro differentia quavis aſſignata, adeoq; ultimo æquales erunt, per Lem. I. & propterea lineæ *BD*, *bd* in eadem ratione ad invicem ac prius. *Q. E. D.*

Corol. 1. Unde cum tangentes *AD*, *Ad*, arcus *AB*, *Ab* & eorum ſinus *BC*, *bc* fiant ultimo chordis *AB*, *Ab* æquales; erunt etiam illorum quadrata ultimo ut ſubtenſæ *BD*, *bd*.

Corol. 2. Triangula rectilinea *ADB*, *Adb* ſunt ultimo in triplicata ratione laterum *AD*, *Ad*, inq; ſeſquiplicata laterum *DB*, *db*: Utpote in compoſita ratione laterum *AD* & *DB*, *Ad* & *db* exiſtentia. Sic & triangula *ABC*, *Abc* ſunt ultimo in triplicata ratione laterum *BC*, *bc*.

Corol. 3. Et quoniam *DB*, *db* ſunt ultimo parallelæ & in duplicata ratione ipſarum *AD*, *Ad*; erunt areæ ultimæ curvilineæ

SIR ISAAC NEWTON *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* LONDON, 1687 THE WARNOCK LIBRARY Octavo